L. IBN KHALDOUN RADES — Mr. ABIDI Farid

Devoir de contrôle n°2
Mathématiques

Classe : 4 M_1 — 06/02/2007 — Durée : 2h

Exercice 1 : (4 points)

Une ou plusieurs réponses peuvent être correctes. Recopier le tableau ci-dessous et compléter par **Vrai** ou **Faux**. Aucune justification n'est demandée.

1. Déterminer x sachant que $1219 \equiv x\,[11]$ avec $-11 < x < 11$.
   a) x = 9 , b) x = 0 , c) x = -2 , d) x = -9.
2. Les congruences suivantes sont elles exactes ?
   a) $1458 \equiv 13 \pmod{17}$; b) $1458 \equiv -21 \pmod{17}$;
   c) $1458 \equiv 1450 \pmod{17}$; d) $1458 \equiv 1424 \pmod{17}$.

	a)	b)	c)	d)
Question 1				
Question 2				

Exercice 2 : (3 points)

Soit h la fonction définie sur [-1 ; 1] par $h(x) = \dfrac{x}{\sqrt{5 - 2x^2}}$.

On désigne par (C) la courbe représentative de h dans un repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ orthonormé.

1. Déterminer la primitive H sur [-1 ; 1] de la fonction h qui s'annule pour $x = 0$.
2. Sans tracer la courbe (C), donner l'aire (en unités d'aire) du domaine limité par la courbe (C) et les droites d'équations respectives x = 0 , x = 1 et y = 0.

Exercice 3: (6 points)

Soit f la fonction définie sur $]0, \frac{\pi}{2}]$ par $f(x) = \dfrac{1}{\sin x}$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un plan rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. Etudier les variations de f et construire (C).
2. Montrer que f réalise une bijection de $]0, \frac{\pi}{2}]$ sur $[1, +\infty[$.

3. On désigne par g la fonction réciproque de f.

a) Montrer que g est dérivable sur]1, +∞[et que : g'(x) = $-\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$

b) Calculer g(1) , g($\sqrt{2}$) et g(2) puis tracer la courbe représentative (C') de g dans le repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

Exercice 4 : (7 points)

Dans un plan orienté, on donne un triangle équilatéral direct BCD.
On désigne par I le centre de gravité de BCD et par A le symétrique de I par rapport à la droite (BD).
Soit s la similitude directe qui envoie A sur B et B sur C.

1. a) Montrer que le rapport de s est $\sqrt{3}$ et qu'un angle de s est $\frac{\pi}{2}$.

b) Prouver que S(I) = D.

2. On désigne par J le milieu du segment [AI].
Déterminer S(J). En déduire le centre de s.

3. On considère l'application $\sigma = s \circ s \circ S_{(BD)}$.

a) Montrer que σ est une similitude indirecte dont on précisera le rapport.

b) Déterminer $\sigma(J)$ et $\sigma(I)$.

c) En déduire le centre et l'axe de σ .